

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Утверждаю

Председатель приемной комиссии



Ректор

Д.А.Ендовицкий

2017г.

**Программа вступительного экзамена в аспирантуру
по направлению 01.06.01 Математика и механика**

профили:

- 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ
- 01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
- 01.02.04 Механика деформируемого твердого тела

Содержание программы

Общие вопросы

- 1) Понятие топологического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Компактность в топологических пространствах.
- 2) Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения.
- 3) Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства.
- 4) Интеграл Лебега и его основные свойства.
- 5) Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
- 6) Гильбертовы пространства. Ортогональные системы функций.
- 7) Полные системы, критерий полноты. Неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Парсевала.
- 8) Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Теоремы Фредгольма.
- 9) Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
- 10) Линейные отображения в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.
- 11) Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Фактор-группа. Теорема о гомоморфизме.
- 12) Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
- 13) Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
- 14) Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация. Постановка основных начально-краевых задач для волнового уравнения, теплопроводности и уравнения Лапласа.
- 15) Элементарные функции комплексного переменного и связанные с ними конформные отображения. Дробно-линейные функции.
- 16) Простейшие многозначные функции.
- 17) Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру.
- 18) Интеграл Коши.
- 19) Ряд Тейлора.
- 20) Ряд Лорана.
- 21) Изолированные особые точки аналитических функций.
- 22) Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
- 23) Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.
- 24) Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
- 25) Механика сплошной среды. Феноменологический метод описания свойств реальной среды. Деформируемые среды. Деформируемые тела как подвижные материальные континуумы. Закон движения континуума. Лагранжев и Эйлеров способы описания движения сплошной среды. Индивидуальная и местная производные по времени. Траектории и линии тока. Система отсчета и сопутствующая система.
- 26) Тензоры Грина, Альманси, Коши. Уравнения совместности деформаций.
- 27) Тензор напряжений. Главные значения тензора напряжений.
- 28) Теория упругости. Три типа задач теории упругости. Постановка задач теории упругости в перемещениях и в напряжениях. Уравнения Ламе. Уравнения Бельтрами-Митчелла. Теорема единственности.

- 29) Плоская задача теории упругости. Плоское напряженное состояние. Плоская деформация. Математическая постановка плоской задачи. Функция напряжений Эри. Действие на границу полуплоскости сосредоточенной силы. Кручение призматических тел.
- 30) Понятие о динамических задачах МСС. Волны сильные и слабые. Соотношения на фронте сильных упругих волн. Скорости распространения упругих волн. Закономерности распространения продольных и поперечных волн. Волны Релея, Лява.
- 31) Отражение и преломление волн. Теория пластичности. Поверхность нагружения. Геометрическая интерпретация. Условия пластичности Треска и Мизеса. Ассоциированный закон пластического течения. Теоремы предельного равновесия. Полное решение. Плоская деформация. Соотношения Генки и Гейрингер. Разрывные решения. Кручение. Песчаная аналогия. Сложные пластические среды. Соотношения Прандтля-Рейса. Учет упрочнения, сжимаемости, вязкости.
- 32) Устойчивость. Разрушение. Задача Эйлера. Статический и динамический методы. Теорема Дирихле-Лагранжа. Парадокс Николаи. Основы трехмерной линеаризированной теории устойчивости. Основные понятия о разрушении конструкций. Критерии разрушения, энергетический, силовой, деформационный; разрушение с позиции теории устойчивости.
- 33) Механика композитных материалов. Общие понятия о композитах. Внутренняя геометрия. Классификация подходов к описанию композитов. Эффективные модули упругости микронеоднородных материалов. Макроскопические характеристики материалов различной структуры (зернистые, волокнистые, слоистые).

Специальные вопросы

Профиль (специальность) 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

- 1) Равномерная сходимости последовательностей функций и функциональных рядов.
- 2) Интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману.
- 3) Тригонометрические ряды Фурье, их сходимости.
- 4) Нормированные пространства. Банаховы пространства.
- 5) Три основных принципа линейного функционального анализа (теоремы Хана-Банаха, принцип равномерной ограниченности, теорема Банаха об обратном отображении).
- 6) Компактные (вполне непрерывные) самосопряженные операторы. Теорема Гильберта.
- 7) Преобразование Фурье в пространствах L_1 и L_2 .
- 8) Принцип максимума модуля для аналитических функций.
- 9) Теорема единственности для аналитических функций.

Профиль (специальность) 01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

- 1) Равномерная сходимость последовательностей функций и функциональных рядов.
- 2) Интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману.
- 3) Тригонометрические ряды Фурье, их сходимость.
- 4) Нормированные пространства. Банаховы пространства.
- 5) Три основных принципа линейного функционального анализа (теоремы Хана-Банаха, принцип равномерной ограниченности, теорема Банаха об обратном отображении).
- 6) Компактные (вполне непрерывные) самосопряженные операторы. Теорема Гильберта.
- 7) Преобразование Фурье в пространстве L_1 .
- 8) Принцип максимума модуля для аналитических функций.
- 9) Теорема единственности для аналитических функций.

Профиль (специальность) 01.02.04. – механика деформируемого твердого тела

- 1) Модели сложных сред.
- 2) Идеальные классические тела.
- 3) Простейшие модели сложных сред (EVPe)
- 4) Определяющие соотношения.
- 5) Определяющие соотношения сжимаемых EVPe сред.
- 6) Соотношения теории пластичности Генки.
- 7) Соотношения теории пластичности Ильюшина.
- 8) Поверхности разрыва напряжений и скоростей перемещений в пластических телах.
- 9) Основы теории ползучести.
- 10) Основные результаты экспериментального кручения ползучести при одноосном растяжении. Ползучесть и релаксация напряжений.
- 11) Кривые ползучести.
- 12) Технические теории ползучести. Основные понятия.
- 13) Теория старения.
- 14) Теория течения.
- 15) Теория упрочнения.
- 16) Теория ползучести с анизотропным упрочнением.

Рекомендуемая литература

1. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа : учебник для бакалавров : [для студ. вузов, обуч. по естественнонауч. и техн. направлениям и специальностям] / Л.Д. Кудрявцев ; Моск. физ.-техн. ин-т (Гос. ун-т) .— Москва : Юрайт, 2012.
2. Курош, Александр Геннадиевич. Курс высшей алгебры : [учебник для студ. вузов, обуч. по специальностям "Математика", "Прикладная математика"] / А.Г. Курош .— Изд. 19-е, стер. — Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2013 .— 431 с
3. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии - М.: Наука, 1985.
4. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Ижевск РХД, 2000.
5. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики / М.: Физматлит, 2003.

6. Колмогоров А. Н., Фомин СВ. Элементы теории функций и функционального анализа - М.: Физматлит, 2006.
7. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры - М: Лань, 2009.
8. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций. В 2 т. - М: Наука, 1978.
9. Никольский С. М. Курс математического анализа. В 2 т. - М.: Физматлит, 2001.
10. Петровский И. Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям - М.: Наука, 1984.
11. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными - М.: Наука, 1970.
12. Понтрягин Л. С Обыкновенные дифференциальные уравнения — М.: Наука, 1974.
13. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного - М.: Лань, 2009.
14. Рашевский П. К. Дифференциальная геометрия - М.: URSS, 2008.
15. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2 т. - М.; Мир, 1984.
16. Боровков А.А. Математическая статистика - М.: Физматлит. 2007.
17. Седов Л.И. Механика сплошной среды: в 2-х т. / Л.И.Седов.- М.: Наука, 2004
18. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н.Работнов. – М: Наука, 1988.
19. Ивлев Д.Д. Теория идеальной пластичности / Д.Д. Ивлев, - М.: Физматлит, 2001.
20. Lurie A.I. Theory of Elasticity. Springer. Berlin. 2005. 1050 p.

Список рекомендованных источников по специальной части

1. Колмогоров А.Н., Фомин СВ. Элементы теории функций и функционального анализа - М.: Физматлит, 2006.
2. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций. В 2 т. - М.: Наука, 1978.
3. Айзенберг Л.А., Южаков А.П. Интегральные представления и вычеты в многомерном комплексном анализе - Новосибирск: Наука, 1979.
4. Ботт Р., Ту Л. Дифференциальные формы в алгебраической топологии - М.: Наука, 1989.
5. Нарасимхан Р. Анализ на действительных и комплексных многообразиях - М.: Мир, 1997.
6. Де Рам Ж. Дифференцируемые многообразия - М.: URSS, 2006.
7. Антипова И.А., Бушуева Н.А., Знаменская О.В., Цих А.К. Кратное интегрирование. Гомологии и когомологии - УМКД, СФУ, Красноярск. 2007.
8. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. Т. 1,2 - М.: Физматлит, 2001.
9. Кытманов А.М. Интеграл Бохнера - Мартинелли и его применения - Новосибирск: Наука, 1992.

10. Седов Л.И. Механика сплошной среды: в 2-х т. / Л.И.Седов.- М.: Наука, 2004.
11. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н.Работнов. – М: Наука, 1988.
12. Ивлев Д.Д. Теория идеальной пластичности / Д.Д. Ивлев, - М.: Физматлит, 2001.
13. Lurie A.I. Theory of Elasticity. Springer. Berlin. 2005. 1050 p.

Примерные вопросы к экзамену

- 1) Понятие топологического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Компактность в топологических пространствах.
- 2) Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения.
- 3) Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства.
- 4) Интеграл Лебега и его основные свойства.
- 5) Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
- 6) Гильбертовы пространства. Ортогональные системы функций.
- 7) Полные системы, критерий полноты. Неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Парсеваля.
- 8) Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Теоремы Фредгольма.
- 9) Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронеккера-Капелли.
- 10) Линейные отображения в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.
- 11) Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Фактор-группа. Теорема о гомоморфизме.
- 12) Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
- 13) Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
- 14) Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация. Постановка основных начально-краевых задач для волнового уравнения, теплопроводности и уравнения Лапласа.
- 15) Элементарные функции комплексного переменного и связанные с ними конформные отображения. Дробно-линейные функции.
- 16) Простейшие многозначные функции.
- 17) Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру.
- 18) Интеграл Коши.
- 19) Ряд Тейлора.
- 20) Ряд Лорана.
- 21) Изолированные особые точки аналитических функций.
- 22) Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
- 23) Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.
- 24) Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
- 25) Равномерная сходимость последовательностей функций и функциональных рядов.

- 26) Интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману.
- 27) Тригонометрические ряды Фурье, их сходимость.
- 28) Нормированные пространства. Банаховы пространства.
- 29) Три основных принципа линейного функционального анализа (теоремы Хана-Банаха, принцип равномерной ограниченности, теорема Банаха об обратном отображении).
- 30) Компактные (вполне непрерывные) самосопряженные операторы. Теорема Гильберта.
- 31) Преобразование Фурье в пространствах и .
- 32) Принцип максимума модуля для аналитических функций.
- 33) Теорема единственности для аналитических функций.
- 34) Лагранжев и Эйлеров способы описания движения сплошной среды. Индивидуальная и местная производные по времени. Система отсчета и сопутствующая система.
- 35) Тензоры Грина, Альманси, Коши. Уравнения совместности деформаций.
- 36) Тензор напряжений. Главные значения тензора напряжений.
- 37) Три типа задач теории упругости. Постановка задач теории упругости в перемещениях и в напряжениях. Уравнения Ламе. Уравнения Бельтрами-Митчелла. Теорема единственности.
- 38) Плоская задача теории упругости. Плоское напряженное состояние. Плоская деформация. Математическая постановка плоской задачи. Функция напряжений Эри.
- 39) Волны сильные и слабые. Соотношения на фронте сильных упругих волн. Скорости распространения упругих волн. Закономерности распространения продольных и поперечных волн. Волны Релея, Лява.
- 40) Теория пластичности. Поверхность нагружения. Геометрическая интерпретация. Условия пластичности Треска и Мизеса. Ассоциированный закон пластического течения.
- 41) Теоремы предельного равновесия. Полное решение. Плоская деформация. Соотношения Генки и Гейрингер.
- 42) Разрывные решения. Кручение. Песчаная аналогия. Сложные пластические среды. Соотношения Прандтля-Рейса. Учет упрочнения, сжимаемости, вязкости.
- 43) Устойчивость. Разрушение. Задача Эйлера. Статический и динамический методы. Теорема Дирихле-Лагранжа..
- 44) Общие понятия о композитах. Внутренняя геометрия. Классификация подходов к описанию композитов. Эффективные модули упругости микронеоднородных материалов. Макроскопические характеристики материалов различной структуры (зернистые, волокнистые, слоистые).
- 45) Идеальные классические тела. Простейшие модели сложных сред (EVPe). Определяющие соотношения.
- 46) Основы теории ползучести. Основные результаты экспериментального кручения ползучести при одноосном растяжении. Ползучесть и релаксация напряжений.

Критерии оценки знаний претендентов на поступление в аспирантуру

Вступительное испытание оценивает знания в области соответствующей научной дисциплины, навыки и способности поступающих, необходимые для обучения по программам аспирантуры, реализуемых направлением 01.06.01 Математика и механика.

Используется 100-балльная шкала оценивания; минимальное количество баллов – 40.

Баллы	Критерии оценки
91-100	<ol style="list-style-type: none">1. Дает развернутый и правильный ответ на поставленные в экзаменационном билете и дополнительные вопросы.2. Излагает материал в логической последовательности, грамотным научным языком.3. Показывает навыки практического использования приобретенных знаний, а также знание источников.
71-90	<ol style="list-style-type: none">1. Дает недостаточно глубокие ответы на поставленные в экзаменационном билете и дополнительные вопросы.2. Допускает несущественные ошибки в изложении теоретического материала, самостоятельно исправленные после дополнительного вопроса экзаменатора.
40-70	<ol style="list-style-type: none">1. Дает ответы, содержащие основную суть, но при этом допускаются существенные ошибки.2. Испытывает затруднения при ответе на вопросы экзаменаторов. Требуется уточняющие и наводящие вопросы3. Демонстрирует нарушение логики изложения.
менее 40	<ol style="list-style-type: none">1. Обнаруживает незнание или непонимание наиболее существенной части вопросов по экзаменационному билету или дополнительным вопросам экзаменатора.2. Допускает существенные ошибки, которые не может исправить с помощью наводящих вопросов экзаменатора.3. Демонстрирует грубое нарушение логики изложения.

Программа вступительного испытания одобрена решением Ученого совета математического факультета (протокол № 0500-01 от 23.03.2017 г.)