

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Ректор

Д.А. Ендовицкий



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ПРИ ПРИЕМЕ НА ОБУЧЕНИЕ ПО ПРОГРАММАМ БАКАЛАВРИАТА  
И ПРОГРАММАМ СПЕЦИАЛИТЕТА**

**МАТЕМАТИКА**

Программа разработана на основе ФГОС среднего общего образования.

В первом разделе программы перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий.

Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего/

Для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения теми понятиями и свойствами, которые перечислены в настоящей программе.

## 1. Основные математические понятия и факты

### Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа ( $N$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2,3,5,9, 10.
3. Целые числа ( $Z$ ). Рациональные числа ( $Q$ ), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа ( $R$ ), их представление в виде десятичных дробей.
5. Числовая прямая. Числовые промежутки. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы и их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Формула для вычисления корней квадратного трехчлена.
11. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
12. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
13. Системы уравнений и неравенств. Решение систем. Понятие о равносильных системах.
14. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула  $n$ -го члена и суммы первых  $n$  членов арифметической (геометрической) прогрессии.
15. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула для вычисления суммы.
16. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения и множество значений функции. Функция, обратная данной функции.
17. График функции. Возрастающие и убывающие функции. Периодичность, четность, нечетность функций.

18. Основные свойства функций:  $y = kx + b$ ;  $y = \frac{k}{x}$ ;  $y = ax^2 + bx + c$ ;  $y = x^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ;  
 $y = a^x$ ;  $y = \log_a x$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $y = \operatorname{tg} x$ ;  $y = \sqrt{x}$ ;  $y = \sqrt[3]{x}$  (в естественных областях определения).
19. Тригонометрические функции числового аргумента.
20. Основные тригонометрические тождества.
21. Тригонометрические функции суммы и разности аргументов.
22. Формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму, формулы понижения степени.
23. Формулы приведения.
24. Обратные тригонометрические функции.
25. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Уравнение касательной.
26. Нахождение производных элементарных функций. Правила вычисления производных.
27. Достаточные условия возрастания (убывания) функций на промежутке. Точки экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточные условия существования экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.
28. Исследование функций с помощью производной.
29. Понятия неопределенного и определенного интегралов. Применение определенных интегралов к вычислению площадей.

### Геометрия

1. Признаки равенства треугольников.
2. Свойства равнобедренного треугольника.
3. Параллельность прямых. Признак параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника и выпуклого многоугольника.
5. Прямоугольный треугольник. Решение прямоугольных треугольников.
6. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор, сегмент.
7. Окружность, описанная вокруг треугольника и вписанная в треугольник.
8. Признаки и свойства параллелограмма.
9. Прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
  10. Теорема Фалеса.
  11. Средняя линия треугольника.
  12. Теоремы косинусов, синусов; теорема Пифагора.

13. Векторы. Сложение векторов, умножение вектора на число. Скалярное произведение.
14. Подобие фигур, признаки подобия треугольников.
15. Формулы площадей треугольника, параллелограмма, трапеции, круга.
16. Параллельность прямых и плоскостей.
17. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность прямых и плоскостей.
18. Двугранный и трехгранный углы.
19. Призма, параллелепипед, пирамида.
20. Цилиндр, конус, шар.
21. Объемы прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды, конуса, цилиндра, шара.
22. Площади боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, конуса, цилиндра. Площадь сферы.
23. Свойства высоты, опущенной из вершины прямого угла треугольника

## **2. Основные умения и навыки**

Экзаменуемый должен уметь:

Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений.

Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической функций, функций, содержащих абсолютные величины и комбинаций указанных функций.

Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящие к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящие к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.

Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач.

Производить операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение век-

тора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

Пользоваться понятием производной при исследовании интервалов монотонности функций, нахождении экстремумов и при построении графиков функций.

Пользоваться понятием определенного интеграла для нахождения площадей плоских фигур.

### Примерные варианты заданий по математике

Письменный экзамен по математике

Контрольно-измерительный материал № 1.

*Для заданий 1 - 14 достаточно привести ответы. Для заданий 15 - 21 необходимо привести развернутые решения!*

1. Тетрадь стоит 8 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 80 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 10% от стоимости всей покупки?
2. Для ремонта квартиры требуется 42 рулона обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 8 рулонов?
3. Найдите абсциссу вершины параболы  $y = 2x^2 - 4x + 25$ .
4. Сторона квадрата равна 15. Найдите площадь квадрата.
5. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка выпадет все три раза.
6. Найдите корень уравнения  $\log_3(1 - 5x) = 4$ .
7. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен  $150^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 18. Найдите площадь этого треугольника.
8. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = x^2 - 2x + 5$  в точке пересечения графика функции с осью  $Oy$ .
9. Цилиндр и конус имеют общее основание и высоту. Объем конуса равен 18. найдите объем цилиндра.
10. Найдите значение выражения  $5 \operatorname{tg} 48^\circ \cdot \operatorname{tg} 42^\circ$ .
11. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) – начальная масса изотопа,  $t$  (мин.) – время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин.) – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 184$  мг. Период его полураспада  $T = 7$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг?
12. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен  $\sqrt{75}$ , а высота равна 1.
13. Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 525 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба?
14. Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 18x^2 + 81x + 76$ .
15. а) Решите уравнение  $(\sqrt{2} \cos^2 x - \cos x) \sqrt{-6 \sin x} = 0$ .

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi)$ .

16. В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  стороны основания равны 1, а боковые ребра равны 5. На ребре  $AA_1$  отмечена точка  $E$  так, что  $AE : EA_1 = 2 : 3$ . Найти угол наклона плоскости  $BED_1$  к плоскости основания призмы.

17. Решите неравенство  $(x + 2)^{-4} - x^2 > 4x + 4$ .

18. На диагонали  $LN$  параллелограмма  $KLMN$  отмечены точки  $P$  и  $Q$ , причем  $LP = PQ = QN$ .

а) Докажите, что прямые  $KP$  и  $KQ$  проходят через середины сторон параллелограмма.

б) Найдите отношение площади параллелограмма  $KLMN$  к площади пятиугольника  $MRPQS$ , где  $R$  - точка пересечения  $KP$  со стороной  $LM$ ,  $S$  - точка пересечения  $KQ$  с  $MN$ .

19. Иван взял кредит в банке на срок 6 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 10%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Иваном. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. За весь срок кредитования Иван выплатил банку в общей сложности 16875 рублей. Какую сумму он взял в кредит?

20. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество решений системы

$$\text{неравенств } \begin{cases} x^2 - 2a^2 < 4 \\ 2x + a^2 \geq -4 \\ x + a^2 < 2 \end{cases} \text{ содержит все числа из отрезка } [-1; 0].$$

21. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число  $n$ , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число  $n$ , а остальные числа, равные  $n$ , стираются. Например, если задуманы числа 1,3,3,4, то на доске будет записан набор 1,3,4,5,6,7,8,10,11.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2,4,6,8.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет выписан набор 1,3,4,5,6,9,10,11,12,13,14,17,18,19,20,22.

в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет выписан набор 9,10,11,19,20,21,22,30,31,32,33,41,42,43,52.

### Собеседование по математике

#### Вариант № 1

1. Найти наибольший общий делитель чисел 102 и 30.

2. . Вычислить  $\sin(\alpha + \beta)$ , если

$$\sin \alpha = -\frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}, \alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2}), \beta \in (\pi; \frac{3\pi}{2}).$$

3. В равнобедренном треугольнике величина угла при вершине равна  $\alpha$ , а площадь треугольника равна  $S$ . Найти длины сторон этого треугольника.

### Критерии оценивания ответов поступающих

Первоначальная оценка работы проводится в технических баллах. Правильное решение каждой из задач 1 - 14 оценивается в один балл. Правильное решение задач 15 - 17 оценивается в 2 балла, задач 18 и 19 – в 3 балла, задач 20 и 21 – в 4 балла.

Итоговая оценка проводится по 100 – балльной шкале. Порядок пересчета технических баллов в итоговые определяется председателем приемной комиссии ВГУ.

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Пособие по математике для поступающих в вузы: Учебное пособие/ Кутасов А.Д., Пиголкина Т.С., Чехлов В.И., Яковлев Т.Х.- Под ред. Г.Н. Яковлева.- М.: Наука. 1988.- 720 с.
2. Ткачук В.И. Математика абитуриенту. М.: МЦМНО, 1997, т. 1-2.- 432 с.
3. Шабунин М.И. Математика для поступающих в вузы. Неравенства и системы неравенств.- Учебное пособие.- М.: Аквариум, 1997.- 256 с.
4. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами.- М.: Илекса, 1998.- 336 с.
5. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Части 1,2. М.: Наука, 1991.- 240 с.
6. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика: интенсивный курс подготовки к экзаменам. М.: Рольф, 1997.- 384 с.
7. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. 10. М.: Просвещение, 1989.- 252 с.
8. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс по математике. Решение задач. 11. М.: Просвещение. 1991.- 384 с.
9. Письменный Д.Т. Готовимся к экзамену по математике.- М.:Рольф, 1997.-288 с.
10. Будак А.Б., Щедрин Б.Я. Элементарная математика. Руководство для поступающих в вузы. М.: МГУ, 1997 - 400 с.
11. Белоненко Т.В., Васильев А.Е., Васильева Н.И., Крымская Н.Д. Сборник конкурсных задач по математике. Санкт-Петербург.: «Специальная Литература», 1997.- 560 с.
12. Куланин Е.Д., Норин В.Л., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. 3000 конкурсных задач по математике.- Рольф, 1997.- 608 с.
13. Якушева Е.В., Попов А.8., Якушев А.Г. 2000 задач и упражнений по математике. Для школьников и абитуриентов. М.: «1 федеративная книготорговая компания», 1998.- 448 с.
14. Осипов В.Ф. Конкурсные задачи по математике: С решениями и указаниями. Санкт-Петербург.: «Изд-во СПбГУ», 1996.- 372 с.
15. Кочагин В.В., Кочагина М.Н. Математика. Тематические тренировочные задания. Москва. Эскмо 2014.- 157 с.
16. Семенов А.Л., Яценко И.В. Математика. Типовые тестовые задания. Москва. Экзамен. 2014.-215 с.